

Προσομοίωση

- 7.1 Συστήματα και πρότυπα συστημάτων
- 7.2 Η διαδικασία της προσομοίωσης
- 7.3 Ανάπτυξη προτύπων διακριτών γεγονότων
- 7.4 Τυχαίοι αριθμοί
- 7.5 Δείγματα από τυχαίες μεταβλητές
- 7.6 Προσομοίωση Monte-Carlo
- 7.7 Ανάπτυξη προγραμμάτων προσομοίωσης
- 7.8 Ανάλυση των αποτελεσμάτων προσομοίωσης

Προσομοίωση

Στα προηγούμενα κεφάλαια έγινε αναφορά σε μαθηματικά πρότυπα συγκεκριμένων κατηγοριών προβλημάτων, όπως επίσης και στις τεχνικές επίλυσής τους. Πολλά προβλήματα όμως δεν μπορούν να επιλυθούν αναλυτικά. Στις περιπτώσεις αυτές επιδιώκεται η πειραματική τους αντιμετώπιση. Αυτό σημαίνει ότι αν, για παράδειγμα, σε ένα πρόβλημα υπάρχουν πολλές εναλλακτικές αποφάσεις (λύσεις), εξετάζονται κάποιες από αυτές μία προς μία και καταγράφονται τα αποτελέσματά τους. Η καλύτερη απόφαση είναι εκείνη που οδηγεί στο καλύτερο αποτέλεσμα, σύμφωνα με κάποιο κριτήριο. Ωστόσο, η πραγματοποίηση πειραματισμών σε ένα πραγματικό σύστημα μπορεί να μην είναι εφικτή ή να είναι ιδιαίτερα δαπανηρή και χρονοβόρα. Έτσι, όταν η επίλυση ενός προβλήματος δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί διαμέσου κάποιου μαθηματικού προτύπου, αλλά ούτε και με πειράματα στο πραγματικό σύστημα, τότε αναπαράγεται τεχνητά η πραγματική κατάσταση με κάποιο πρότυπο που δημιουργείται με τη χρήση Η/Υ και γίνονται δοκιμές σε αυτό. Η διαδικασία αυτή λέγεται *προσομοίωση*.

Γενικά, αν το μαθηματικό πρότυπο που περιγράφει ένα σύστημα δεν μπορεί να επιλυθεί αναλυτικά, τότε εφαρμόζονται *αριθμητικές μέθοδοι*. Τέτοιες μέθοδοι είναι η *αριθμητική ανάλυση* και η *προσομοίωση*. Ειδικά η προσομοίωση συνίσταται στην ανάπτυξη ενός προτύπου, με τη μορφή ενός προγράμματος σε υπολογιστή, που περιγράφει το σύστημα που εξετάζεται και δίνει τη δυνατότητα να εκτελούνται πειράματα που καταγράφουν την εξέλιξή του, στο χρόνο.

Ο όρος προσομοίωση (simulation) συγχέεται συχνά με τον όρο *εξομοίωση* (emulation), αν και οι όροι αυτοί υποδηλώνουν τελείως διαφορετικές μεθοδολογίες. Η προσομοίωση είναι μέθοδος μελέτης ενός συστήματος με τη βοήθεια ενός άλλου συστήματος, το οποίο συνήθως είναι ο υπολογιστής. Η εξομοίωση είναι μέθοδος αναπαραγωγής ενός συστήματος παρόμοιου με το αρχικό. Είναι φανερό ότι κατά την προσομοίωση δεν υλοποιείται το πραγματικό σύστημα, διότι σκοπός είναι η μελέτη κι όχι η χρήση του. Αντίθετα, κατά την εξομοίωση, υπάρχει η εντύπωση υλοποίησης του πραγματικού συστήματος, επειδή σκοπός είναι η χρήση του.

Το εύρος των εφαρμογών της προσομοίωσης είναι δύσκολο να προσδιοριστεί με ακρίβεια. Η δυσκολία αυτή οφείλεται στη γενικότητα της μεθόδου, η οποία επιτρέπει την εφαρμογή της σε ένα τεράστιο φάσμα προβλημάτων. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι η προσομοίωση πρέπει να εφαρμόζεται σε όλα τα προβλήματα. Για κάθε περίπτωση, η ανάγκη για την εφαρμογή ή όχι της μεθόδου προσδιορίζεται από τα χαρακτηριστικά του συστήματος που πρόκειται να μελετηθεί και το είδος του προβλήματος, στο οποίο πρέπει να βρεθεί λύση. Η προσομοίωση χρησιμοποιείται για:

- τη μελέτη της συμπεριφοράς ενός συστήματος

- τον έλεγχο υποθέσεων ή θεωριών για την παρατηρούμενη συμπεριφορά του
- την πρόβλεψη ή εκτίμηση της μελλοντικής του συμπεριφοράς.

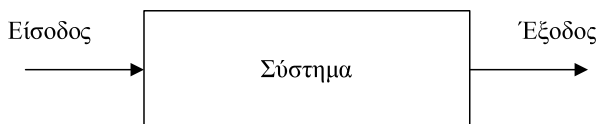
Με την προσομοίωση μπορεί επιπλέον να αξιολογηθεί η αποτελεσματικότητα ή η απόδοση ενός συστήματος, πριν αυτό κατασκευαστεί, με σκοπό τη βέλτιστη σχεδίαση και χρήση του. Κάποιες από τις εφαρμογές της προσομοίωσης αφορούν

- στην ανάλυση και σχεδίαση συστημάτων παραγωγής (βιομηχανία)
- στον έλεγχο αποθεμάτων (βιομηχανία, εμπορικές επιχειρήσεις)
- στη μελέτη κυκλοφοριακών συστημάτων (οδικό, θαλάσσιο, εναέριο δίκτυο)
- στη μελέτη συστημάτων εξυπηρέτησης πελατών (τράπεζες, νοσοκομεία, τηλεπικοινωνίες, δίκτυα υπολογιστών)
- στην αξιολόγηση αποφάσεων κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας (επενδύσεις, μάρκετινγκ)

Επειδή στη συνέχεια χρησιμοποιούνται συχνά οι όροι του συστήματος και του προτύπου (μοντέλου), κρίνεται σκόπιμο αυτοί να αναλυθούν περισσότερο.

7.1 Συστήματα και πρότυπα συστημάτων

Με τον όρο *σύστημα* εννοείται ένα σύνολο στοιχείων, τα οποία εξελίσσονται στο χρόνο και αλληλεπιδρούν σύμφωνα με κάποιους κανόνες για την επίτευξη κάποιου σκοπού. Η μελέτη συστημάτων αφορά τόσο στην ανάλυσή τους, όταν πρόκειται για υπάρχοντα συστήματα, όσο και στη σύνθεσή τους, όταν πρόκειται για συστήματα που σχεδιάζονται. Η *ανάλυση* χρησιμοποιείται, όταν είναι γνωστά τα στοιχεία του συστήματος και επιδιώκεται να διαπιστωθεί η λειτουργία του και να καθοριστεί η έξοδος του, δεδομένης της εισόδου. Η *σύνθεση* περιλαμβάνει τον καθορισμό των στοιχείων του συστήματος, όταν είναι γνωστή η είσοδος και η αντίστοιχη έξοδος του και χρησιμοποιείται κατά το σχεδιασμό του συστήματος. Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός συστήματος είναι τα *στοιχεία* του, οι *σχέσεις* ανάμεσα σε αυτά και ο *σκοπός* του.



Σχήμα 7.1: Διάγραμμα συστήματος

Στοιχεία ενός συστήματος είναι εκείνες οι οντότητες που αναγνωρίζονται ανεξάρτητα και που η συλλογική τους λειτουργία καθορίζει το αποτέλεσμα του συστήματος. Για παράδειγμα, σε ένα σύστημα παραγωγής τα στοιχεία είναι οι εργαζόμενοι, οι κτηριακές εγκαταστάσεις, τα μηχανήματα, οι πρώτες ύλες κ.λπ. Τα στοιχεία ενός συστήματος έχουν διάφορες ιδιότητες, όπως η κατάσταση μιας μηχανής (χαλασμένη ή σε λειτουργία), ο αριθμός των εργαζομένων, η στάθμη του αποθέματος στους χώρους αποθήκευσης κ.λπ. Κάθε φορά λαμβάνονται υπόψη εκείνες οι ιδιότητες που έχουν σημασία για το συγκεκριμένο πρόβλημα που μελετάται. Ο τιμές των

μεταβλητών, που συμβολίζουν τις ιδιότητες των στοιχείων του συστήματος κάποια χρονική στιγμή, ορίζουν την *κατάσταση του συστήματος*. Συνεπώς, κατάσταση του συστήματος είναι το σύνολο των μεταβλητών, οι οποίες δίνουν την απαραίτητη πληροφορία για την περιγραφή του συστήματος. Όπως θα γίνει αντιληπτό στη συνέχεια, η προσομοίωση ασχολείται ακριβώς με την παρακολούθηση της κατάστασης ενός συστήματος, όπως αυτή μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου. Η κατάσταση ενός συστήματος όμως, μπορεί να εξαρτάται κι από παράγοντες εκτός συστήματος. Για το λόγο αυτό, ορίζεται ως περιβάλλον του συστήματος το σύνολο των μεταβολών που συμβαίνουν εκτός συστήματος. Στοιχεία, για παράδειγμα, έξω από το σύστημα παραγωγής μπορεί να είναι οι πελάτες, οι προμηθευτές, οι ανταγωνιστικές εταιρείες κ.λπ. Οι δραστηριότητες που λαμβάνουν χώρα μέσα στο σύστημα ονομάζονται *ενδογενείς*, ενώ οι δραστηριότητες που συμβαίνουν στο περιβάλλον του συστήματος, αλλά επηρεάζουν το σύστημα, ονομάζονται *εξωγενείς*. Επίσης, οι δραστηριότητες χωρίζονται σε *καθοριστικές* (ή *ντετερμινιστικές*) και *στοχαστικές* ανάλογα με τον τρόπο ορισμού των αποτελεσμάτων τους. Τα αποτελέσματα μιας καθοριστικής δραστηριότητας μπορούν να περιγραφούν πλήρως από την είσοδο. Δηλαδή για κάθε είσοδο, η έξοδος του συστήματος είναι συγκεκριμένη και προσδιορισμένη. Αντίθετα, τα αποτελέσματα μιας στοχαστικής δραστηριότητας δεν μπορούν να προσδιοριστούν πλήρως από την είσοδο, αλλά μεταβάλλονται τυχαία μέσα σε ένα σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων. Αυτό σημαίνει ότι για δεδομένη είσοδο υπάρχουν πολλαπλά σύνολα εξόδων και αυτό που συμβαίνει κάθε φορά είναι αποτέλεσμα τυχαίων παραγόντων.

Οι σχέσεις ανάμεσα στα στοιχεία ενός συστήματος περιγράφουν τον τρόπο αλληλεπίδρασης των οντοτήτων ή τις μαθηματικές σχέσεις που σχετίζουν μια μεταβλητή ή μια παράμετρο με μία άλλη μεταβλητή ή παράμετρο. Οι περιοριστικές συνθήκες προσδιορίζουν τις μέγιστες ή τις ελάχιστες τιμές που μπορούν να λαμβάνουν οι άγνωστες μεταβλητές. Τέλος, ο σκοπός ή στόχος ενός συστήματος εκφράζεται με μια συνάρτηση, καθώς και τον τρόπο εκτίμησής της.

Τα συστήματα χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με τις μεταβολές της κατάστασης τους ή τη σχέση τους με το περιβάλλον. Συγκεκριμένα, όσον αφορά τις μεταβολές της κατάστασης, διακρίνονται σε *διακριτά* ή *συνεχή*. Διακριτό είναι ένα σύστημα, στο οποίο οι μεταβλητές που περιγράφουν την κατάστασή του αλλάζουν σε πεπερασμένο αριθμό χρονικών στιγμών. Η κατάσταση του συστήματος αλλάζει όταν τελειώνει μια δραστηριότητα (π.χ. στο σύστημα εξυπηρέτησης πελατών μιας τράπεζας). Συνεχές είναι το σύστημα, στο οποίο οι μεταβλητές που περιγράφουν την κατάστασή του αλλάζουν συνεχώς στο χρόνο (π.χ. στην πτήση ενός αεροπλάνου είναι μεταβλητή τόσο η θέση του, όσο και η ταχύτητά του). Όσον αφορά τη σχέση του συστήματος με το περιβάλλον, τα συστήματα διακρίνονται σε *ανοικτά* ή *κλειστά*. Ένα σύστημα λέγεται ανοικτό, αν επηρεάζεται από εξωγενείς δραστηριότητες, ενώ αν δεν επηρεάζεται, ονομάζεται κλειστό.

Ως *πρότυπο* μπορεί να οριστεί οτιδήποτε αναπαριστά κάτι άλλο. Ο ορισμός αυτός όμως είναι πολύ γενικός και μπορεί να συμπεριλάβει ακόμα και χάρτες, γραφικές παραστάσεις κ.λπ. Η έννοια που ενδιαφέρει εδώ είναι τα μαθηματικά πρότυπα, δη-

λαδή τα πρότυπα που αποτελούνται από μαθηματικά σύμβολα ή και λογικά διαγράμματα. Η λέξη πρότυπο τονίζει το γεγονός ότι δε μελετάται το ίδιο το σύστημα αλλά μια αναπαράστασή του. Συνεπώς, πρότυπο ή μοντέλο είναι μια αναπαράσταση ενός φυσικού συστήματος ή οργανισμού ή φυσικού φαινομένου ή ακόμα και μιας ιδέας, που δημιουργείται με σκοπό τη μελέτη του συστήματος αυτού.

Μετά την οριοθέτηση του συστήματος, με την αναγνώριση των στοιχείων του και των ιδιοτήτων τους, πρέπει να διαμορφωθεί ένα πρότυπο που να αντιπροσωπεύει το σύστημα, όσο πιο πιστά γίνεται, ακόμα κι αν αυτό δεν μπορεί να επιλυθεί. Η μελέτη του προτύπου έχει ως στόχο την εξαγωγή συμπερασμάτων για το σύστημα. Τα πρότυπα στα πλαίσια της προσομοίωσης δε λύνονται, αλλά «εκτελούνται» όσο χρειάζεται, για να προσδιοριστεί κάποιο μέτρο αξιολόγησης της λειτουργίας του συστήματος που περιγράφουν.

Τα πρότυπα διακρίνονται σε *καθοριστικά* (ή *ντετερμινιστικά*), *στοχαστικά*, *στατικά* και *δυναμικά*. Στα πρώτα δεν περιλαμβάνονται τυχαίες μεταβλητές, ενώ στα στοχαστικά υπάρχει τουλάχιστον μία τυχαία μεταβλητή. Στατικά είναι τα πρότυπα, τα οποία δεν εμφανίζουν εξέλιξη (δεν μεταβάλλονται) με την πάροδο του χρόνου, ενώ δυναμικά είναι τα πρότυπα, στα οποία η κατάσταση του συστήματος είναι συνάρτηση του χρόνου.

Τα δυναμικά πρότυπα διακρίνονται σε *διακριτού χρόνου*, *συνεχούς χρόνου* και *υβριδικά*. Στα πρότυπα διακριτού χρόνου, η κατάσταση μεταβάλλεται βηματικά (απότομα) σε διακριτές χρονικές στιγμές, ενώ παραμένει σταθερή στα ενδιάμεσα διαστήματα. Στα πρότυπα συνεχούς χρόνου η κατάσταση είναι συνεχής συνάρτηση του χρόνου και η διαχρονική συμπεριφορά τους περιγράφεται συνήθως από διαφορικές εξισώσεις. Στην πράξη, σπάνια συναντώνται αμιγώς διακριτά ή αμιγώς συνεχή συστήματα. Στα συνήθη συστήματα, η κατάσταση είναι κατά διαστήματα συνεχής συνάρτηση του χρόνου και κάποιες χρονικές στιγμές παρουσιάζει βηματικές (απότομες) μεταβολές. Τα συστήματα αυτά ονομάζονται υβριδικά.

Η κατασκευή προτύπων προσομοίωσης είναι δύσκολη, γιατί πρέπει να εξισορροπήσει αντικρουόμενους παράγοντες. Το πρότυπο πρέπει να είναι αρκετά απλό, ώστε να μπορεί να κατασκευαστεί και να μελετηθεί, ενώ ταυτόχρονα πρέπει να είναι αρκετά πολύπλοκο, ώστε να αντιπροσωπεύει όσο πιο πιστά γίνεται το σύστημα που πρόκειται να μελετηθεί. Η ισορροπία αυτή μπορεί να επιτευχθεί με προσεκτική ανάλυση του προτύπου. Ένα «καλό» πρότυπο, όχι μόνο αντιπροσωπεύει πιστότερα το σύστημα από ένα «κακό», αλλά βοηθά περισσότερο στην κατανόηση των λειτουργιών του συστήματος και στην ανάλυση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης. Γενικά, τα καλά πρότυπα είναι εύκολα στην κατανόηση από το χρήστη, προσανατολίζονται στους σκοπούς ή στόχους που έχουν τεθεί και δε δίνουν περίεργες και δυσνόητες απαντήσεις. Επίσης, για τα καλά πρότυπα υπάρχουν εύκολες και ακριβείς διαδικασίες τροποποίησης ή ενημέρωσής τους και παρέχουν τη δυνατότητα εξέλιξής τους. Δηλαδή, ξεκινούν από μια απλή μορφή και εξελίσσονται σε μια πιο πολύπλοκη, ανάλογα με τη λεπτομέρεια που επιθυμεί να μελετήσει ο χρήστης.

Πριν γραφεί το απαραίτητο πρόγραμμα στον υπολογιστή, πρέπει πάντα να ελέγχεται το πρότυπο που διαμορφώνεται. Ο έλεγχος του προτύπου σε αυτό το στάδιο είναι εξαιρετικά δύσκολος, όμως πρέπει να πραγματοποιείται οπωσδήποτε. Συνήθως γίνονται μικροί υπολογισμοί με βάση το πρότυπο και ελέγχεται κατά πόσο τα αποτελέσματα είναι λογικά και το πρότυπο πλήρες. Κάνοντας τους παραπάνω ελέγχους, δεν πρέπει να αγνοείται ότι η αξία ενός προτύπου προσομοίωσης καθορίζεται από την ακρίβεια, με την οποία αυτό μπορεί να προβλέψει τη συμπεριφορά του συστήματος που περιγράφει. Ο καλύτερος τρόπος να γίνει αυτός ο έλεγχος είναι να δημιουργηθεί με την προσομοίωση το «παρελθόν» του συστήματος. Αυτό σημαίνει ότι, γίνεται η υπόθεση ότι η ιστορία του συστήματος δεν είναι γνωστή για μια ορισμένη περίοδο του παρελθόντος, αλλά δημιουργείται με προσομοίωση και συγκρίνεται με την πραγματική.

7.2 Η διαδικασία της προσομοίωσης

Όπως ήδη αναφέρθηκε, η προσομοίωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση πληθώρας πραγματικών προβλημάτων που πολλές φορές είναι εξαιρετικά ανομοιογενή μεταξύ τους. Έτσι, δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε περίπτωση με τον ίδιο τρόπο. Ωστόσο, σε γενικές γραμμές ακολουθούνται ορισμένα στάδια. Αυτά αναφέρονται στη συνέχεια, έστω κι αν είναι ενδεικτικά, και πρέπει να προσαρμόζονται κάθε φορά στις πραγματικές συνθήκες των προβλημάτων που αντιμετωπίζονται.

7.2.1 Διαμόρφωση του προβλήματος

Για να χρησιμοποιηθεί η προσομοίωση ως μεθοδολογικό εργαλείο, πρέπει να καθοριστούν με πληρότητα και ακρίβεια οι στόχοι του προβλήματος. Πολλές φορές αυτό δεν είναι εύκολο να γίνει. Όμως, ακόμα και σε αυτές τις περιπτώσεις, καθορίζονται αρχικά, όσο καλύτερα γίνεται, και στη συνέχεια μπορούν να τροποποιηθούν. Γενικά, οι στόχοι εντάσσονται στις εξής κατηγορίες: α) ερωτήματα που πρέπει να απαντηθούν. Για παράδειγμα, πόσοι εργαζόμενοι χρειάζονται σε μια επιχείρηση για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα; πόσες πτήσεις μπορούν να πραγματοποιηθούν σε ένα αεροδρόμιο στη διάρκεια μιας μέρας; πόσοι πελάτες μπορούν να εξυπηρετηθούν ημερησίως σε μια τράπεζα; ποιο είναι το βέλτιστο πλάνο παραγωγής ενός εργοστασίου; κ.λπ. β) υποθέσεις που πρέπει να ελεγχθούν. Για παράδειγμα, οι αρχικές συνθήκες επηρεάζουν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης; η αύξηση του χρόνου παραγγελίας επηρεάζει σημαντικά το κόστος παραγωγής; κ.λπ. γ) χαρακτηριστικά που πρέπει να εκτιμηθούν. Για παράδειγμα, εκτίμηση του χρόνου αναμονής των πελατών για διαφορετικούς χρόνους ανάμεσα στις αφίξεις, εκτίμηση του νεκρού χρόνου μιας μηχανής για διαφορετικούς ρυθμούς παραγωγής κ.λπ.

Ταυτόχρονα με τον καθορισμό των στόχων, πρέπει να αποφασίζονται και τα κριτήρια που θα χρησιμοποιηθούν για τη μέτρηση της αποτελεσματικότητας του συστήματος που προσομοιώνεται. Εκτός από τα κριτήρια μείωσης του κόστους ή αύ-

ξης του κέρδους, μπορούν να χρησιμοποιηθούν πολλά άλλα για την αξιολόγηση της συμπεριφοράς του συστήματος, όπως η συνολική καθυστέρηση παραγγελιών, ο συνολικός νεκρός χρόνος, οι απώλειες υλικών, η ποιότητα προϊόντων, ο αριθμός ατυχημάτων κ.λπ. Αφού καθοριστούν ο στόχος και τα κριτήρια, πρέπει να περιγραφεί το σύστημα και να αναγνωριστούν οι απλοποιήσεις και οι υποθέσεις που έχουν γίνει.

7.2.2 Κατασκευή προτύπου προσομοίωσης

Για την κατασκευή του προτύπου είναι απαραίτητη η κατανόηση της δομής του συστήματος και των κανόνων που ακολουθεί η λειτουργία του. Τα στοιχεία, οι μεταβλητές, οι παράμετροι και οι σχέσεις τους που περιγράφουν το σύστημα πρέπει να συνδεθούν, ώστε να δημιουργηθεί ένα μαθηματικό πρότυπο που να είναι ρεαλιστική απομίμηση του συστήματος. Η διαδικασία αυτή περιλαμβάνει τα εξής στάδια: α) καθορισμό των στοιχείων του συστήματος, β) περιγραφή της λειτουργίας κάθε στοιχείου και των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των στοιχείων ή με άλλα λόγια προσδιορισμό των δραστηριοτήτων του συστήματος. Τα στάδια αυτά δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους και κατά τη διάρκεια της κατασκευής και επαλήθευσης του προτύπου είναι αναγκαίο να επαναληφθούν αρκετές φορές.

Κάθε σύστημα αποτελείται από *στοιχεία*, τα οποία μπορούν να χωριστούν σε κατηγορίες. Τα στοιχεία μιας κατηγορίας δεν είναι αναγκαστικά πανομοιότυπα ακολουθούν όμως, παρόμοιους τρόπους συμπεριφοράς. Για παράδειγμα, στην προσομοίωση ενός σουπερμάρκετ κατηγορίες στοιχείων είναι οι πελάτες και οι ταμίες. Τα αντίστοιχα στοιχεία κάθε κατηγορίας είναι ο πελάτης 1, ο πελάτης 2 κ.λπ. και ο ταμίας Α, ο ταμίας Β κ.λπ. Τα στοιχεία του συστήματος μπορούν ακόμα να έχουν ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά (ιδιότητες), π.χ. άντρας ή γυναίκα, ταμίες που εξυπηρετούν πελάτες με λίγα προϊόντα και ταμίες που εξυπηρετούν πελάτες με πολλά κ.λπ. Επίσης, μπορεί να έχουν και πρόσθετα χαρακτηριστικά, εκτός από τα φυσικά χαρακτηριστικά, όπως ο συνολικός χρόνος παραμονής του πελάτη στο σουπερμάρκετ. Κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, τα στοιχεία του συστήματος είτε θα βρίσκονται σε κάποια λειτουργία, εκτελώντας κάποια δραστηριότητα είτε θα είναι αδρανή.

Το επόμενο βήμα είναι ο προσδιορισμός των δραστηριοτήτων των στοιχείων του συστήματος. *Δραστηριότητα* είναι γενικά μια ενεργή κατάσταση, στην οποία βρίσκονται ένα ή περισσότερα στοιχεία του συστήματος που συνεργάζονται μεταξύ τους. Κάθε δραστηριότητα έχει χρονική διάρκεια που μπορεί να προσδιοριστεί κατά την έναρξη της. Ο αριθμός των στοιχείων που συνεργάζονται στην εκτέλεση μιας δραστηριότητας παραμένει σταθερός σε όλη τη διάρκειά της και, με εξαίρεση κάποια περίπλοκα πρότυπα, ένα στοιχείο δεν μπορεί να συμμετέχει ταυτόχρονα σε διαφορετικές δραστηριότητες.

Οι δραστηριότητες των στοιχείων ενός προτύπου προσομοίωσης διακρίνονται σε δύο κατηγορίες. Στην πρώτη, ανήκουν οι δραστηριότητες που μπορούν να ξεκινήσουν να εκτελούνται ανεξάρτητα από την κατάσταση του συστήματος στη συγκεκρι-

κριμένη χρονική στιγμή (π.χ. η άφιξη ενός πελάτη) και ονομάζονται Β-δραστηριότητες (από το bound activities, οριοθετημένες). Στη δεύτερη κατηγορία, ανήκουν οι δραστηριότητες που δεν μπορούν να εκτελεστούν, αν δεν ικανοποιούνται κάποιες συνθήκες (π.χ. η εξυπηρέτηση ενός πελάτη δεν μπορεί να αρχίσει αν δεν υπάρχει τουλάχιστον ένας διαθέσιμος ταμίας και ένας τουλάχιστον πελάτης σε αναμονή), γι' αυτό και ονομάζονται C-δραστηριότητες (από το conditional activities, υπό συνθήκη). Οι δραστηριότητες αυτές απαιτούν τη συνεργασία δύο ή περισσότερων στοιχείων του συστήματος και μόνο όταν τα στοιχεία αυτά είναι διαθέσιμα μπορεί να αρχίσει η δραστηριότητα.

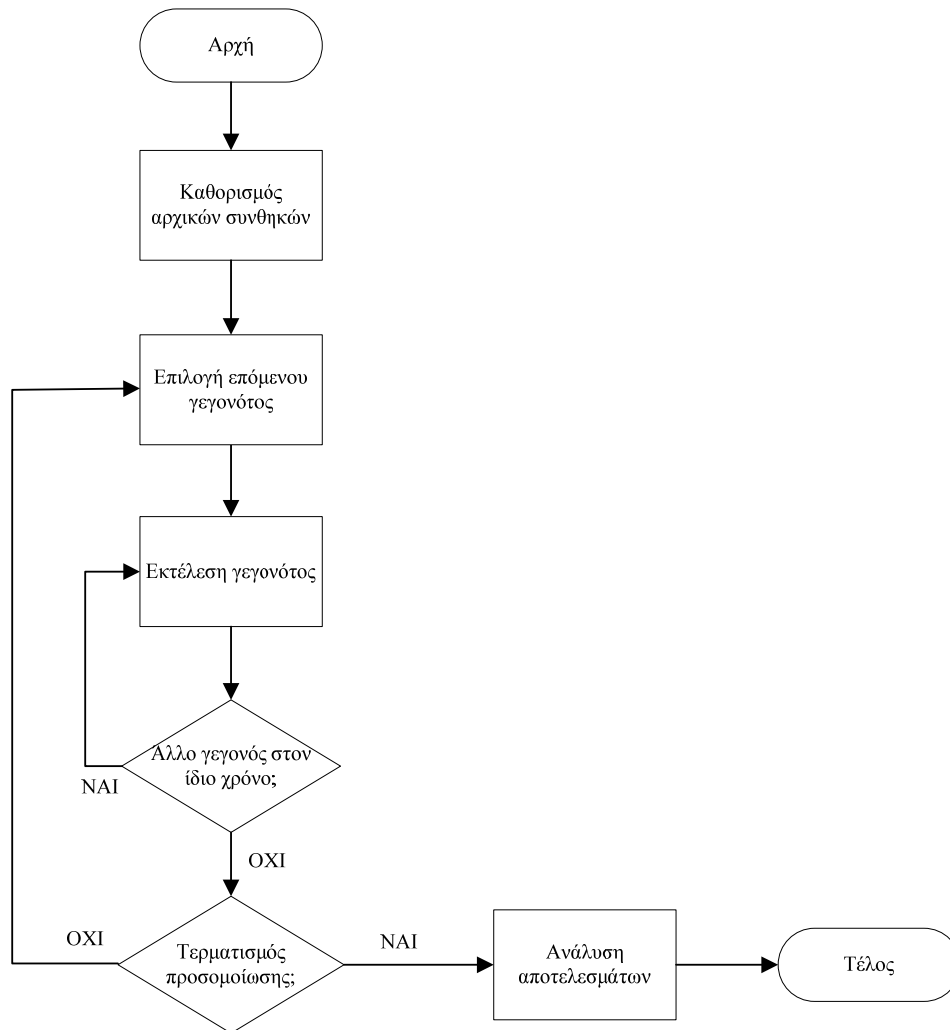
7.2.3 Μηχανισμοί αύξησης του χρόνου

Ο καθορισμός των στοιχείων και των δραστηριοτήτων του προτύπου είναι δύο στάδια που διαφέρουν σε κάθε προσομοίωση ανάλογα με το σύστημα που μελετάται. Σε κάθε όμως πρότυπο προσομοίωσης υπάρχουν ορισμένες εργασίες που παραμένουν ίδιες. Η σπουδαιότερη τυπική εργασία, κοινή και απαραίτητη σε κάθε πρότυπο προσομοίωσης, είναι η προσαύξηση του χρόνου. Οι μηχανισμοί χρόνου βασίζονται στα γεγονότα που συμβαίνουν κατά την προσομοίωση. Γεγονός είναι μια αλλαγή της κατάστασης του συστήματος, η οποία συμβαίνει σε κάποια χρονική στιγμή.

Το τμήμα της προσομοίωσης που ασχολείται με την παρέλευση του χρόνου ονομάζεται *μηχανισμός ροής χρόνου*. Το τμήμα αυτό, από τη μια αυξάνει τον προσομοιούμενο χρόνο και από την άλλη προσφέρει τον απαιτούμενο συγχρονισμό ανάμεσα στα υπόλοιπα τμήματα της προσομοίωσης, καθώς εμφανίζονται τα διάφορα γεγονότα. Υπάρχουν δύο βασικοί μηχανισμοί ροής χρόνου:

- *Μηχανισμός επόμενου γεγονότος*. Με το μηχανισμό αυτό καθορίζεται η χρονική στιγμή, κατά την οποία θα συμβεί το επόμενο γεγονός και το ρολόι της προσομοίωσης προχωρά σε αυτή η χρονική στιγμή, προσπερνώντας όλο τον ενδιάμεσο χρόνο, στον οποίο δεν συμβαίνει τίποτα. Η εφαρμογή της μεθόδου αυτής προϋποθέτει την ύπαρξη μιας λίστας γεγονότων, όπου καταγράφονται τα γεγονότα που πρόκειται να συμβούν στο μέλλον.
- *Μηχανισμός σταθερού χρονικού διαστήματος*. Σύμφωνα με το μηχανισμό αυτό ο χρόνος, δηλαδή το ρολόι της προσομοίωσης, αυξάνει κατά ένα μικρό και σταθερό χρονικό διάστημα. Όλα τα γεγονότα που εμφανίζονται τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή, καθώς και όσα συνέβησαν στο διάστημα που μεσολάβησε από την προηγούμενη χρονική στιγμή, θεωρείται ότι συμβαίνουν τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

Το γενικό διάγραμμα του μηχανισμού ροής χρόνου φαίνεται στο σχήμα 7.2. Ο μηχανισμός του επόμενου γεγονότος χρησιμοποιείται κυρίως σε διακριτά συστήματα, ενώ ο μηχανισμός σταθερού χρονικού διαστήματος χρησιμοποιείται για την προσομοίωση συνεχών συστημάτων.



Σχήμα 7.2: Διάγραμμα ροής προσομοίωσης

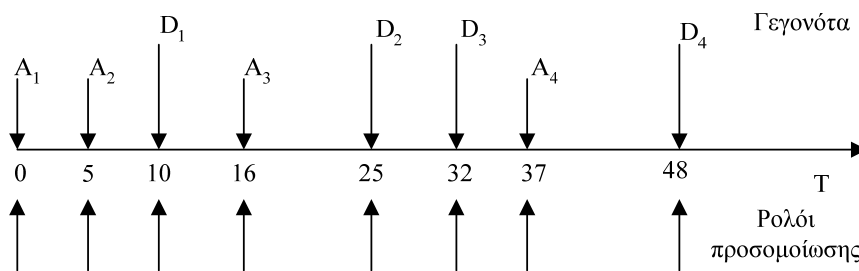
Για την κατανόηση και σύγκριση των δύο μηχανισμών εξετάζεται το παράδειγμα ενός απλού συστήματος ουράς. Στο σύστημα υπάρχει μία θέση εξυπηρέτησης και η ουρά σχηματίζεται μπροστά από αυτή. Οι πελάτες φτάνουν στο σύστημα και περιμένουν στην ουρά, μέχρι να εξυπηρετηθούν. Μόλις τελειώσει η εξυπηρέτηση ενός πελάτη, αυτός φεύγει από το σύστημα και αρχίζει η εξυπηρέτηση του επόμενου. Οι κατανομές των χρόνων ανάμεσα στις αφίξεις και των χρόνων εξυπηρέτησης είναι γνωστές. Η πειθαρχία της ουράς είναι FCFS και η ουρά έχει άπειρη χωρητικότητα.

Σύμφωνα με το μηχανισμό του επόμενου γεγονότος, το ρολόι της προσομοίωσης σταματά μόνο στις χρονικές στιγμές, στις οποίες συμβαίνουν γεγονότα. Τα γεγονότα που συμβαίνουν στο σύστημα είναι οι αφίξεις και οι αναχωρήσεις πελατών. Έστω

ότι οι αρχικές τιμές των χρόνων άφιξης και εξυπηρέτησης των πελατών είναι αυτές που δίνονται στον επόμενο πίνακα.

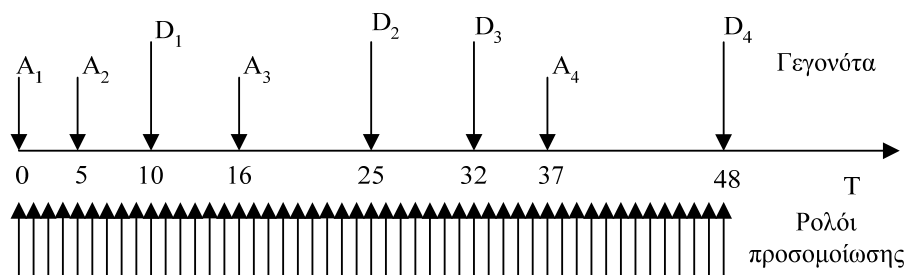
Πελάτης (i)	Χρόνος άφιξης (A_i)	Χρόνος εξυπηρέτησης (S_i)
1	0	10
2	5	15
3	16	7
4	37	11
.	.	.
.	.	.

Οι τιμές αυτές μπορούν να αναπαρασταθούν σε ένα διάγραμμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 7.3. Τα βέλη πάνω από τον άξονα του χρόνου υποδηλώνουν τις χρονικές στιγμές αφίξεων A και αναχωρήσεων D (γεγονότα), ενώ τα βέλη κάτω από τον άξονα υποδηλώνουν τις χρονικές στάσεις του ρολογιού της προσομοίωσης.



Σχήμα 7.3: Χρονοδιάγραμμα μηχανισμού επόμενου γεγονότος

Στην περίπτωση του μηχανισμού σταθερού χρονικού διαστήματος, το ρολόι της προσομοίωσης αυξάνει κάθε φορά, κατά δεδομένο χρονικό διάστημα. Το διάστημα αυτό θα πρέπει να είναι αρκετά μικρό, ώστε να ελαχιστοποιείται η πιθανότητα να συμβούν κατά τη διάρκειά του δύο ανεξάρτητα γεγονότα. Διαφορετικά, δε θα προσομοιωθεί σωστά η αλληλουχία δύο ή περισσότερων γεγονότων που συμβαίνουν σε αυτό το χρονικό διάστημα, διότι δε θα είναι γνωστό ποιο συνέβη πρώτο και ποιο δεύτερο. Αν για την προσομοίωση θεωρηθεί ότι οι χρόνοι λαμβάνουν ακέραιες τιμές, το διάστημα αυτό μπορεί να τεθεί ίσο με τη χρονική μονάδα. Έτσι, διατηρείται η σωστή αλληλουχία των γεγονότων, επειδή δύο γεγονότα θα συμβούν είτε ταυτόχρονα είτε σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα. Στην περίπτωση αυτού του μηχανισμού, οι χρόνοι άφιξης δεν υπολογίζονται κατά την έναρξη, αλλά κατά τη διάρκεια εκτέλεσης της προσομοίωσης. Στο σχήμα 7.4 φαίνεται το χρονικό διάγραμμα της προσομοίωσης, υποθέτοντας ότι οι χρόνοι άφιξης και αναχώρησης είναι οι ίδιοι, όπως και στο προηγούμενο παράδειγμα.



Σχήμα 7.4: Χρονοδιάγραμμα μηχανισμού σταθερού διαστήματος

Με το μηχανισμό σταθερού διαστήματος, το ρολόι της προσομοίωσης σταματάει σε όλες τις χρονικές στιγμές που καθορίζονται από το μέγεθος του σταθερού διαστήματος, ανεξάρτητα από το αν συμβαίνει κάποιο γεγονός ή όχι. Το βασικό μειονέκτημα του μηχανισμού αυτού, σε σχέση με το μηχανισμό επόμενου γεγονότος, είναι η άσκοπη αύξηση του ρολογιού προσομοίωσης κατά το σταθερό χρονικό διάστημα και ο συνεχής έλεγχος, για να διαπιστωθεί αν έχει συμβεί κάποιο γεγονός. Αντίθετα, ο μηχανισμός επόμενου γεγονότος μειονεκτεί έναντι του μηχανισμού σταθερού διαστήματος, διότι πρέπει να προγραμματίζονται εξ αρχής τα επόμενα γεγονότα.

Η μέθοδος των τριών φάσεων αποτελεί έναν συνδυασμό των δύο παραπάνω μηχανισμών χρόνου. Η μέθοδος αυτή προτάθηκε για πρώτη φορά από τον K.D. Tocher (1963) και, με τις διάφορες παραλλαγές της, θεωρείται η πλέον διαδεδομένη για την αντιμετώπιση του θέματος της προσαύξησης του χρόνου.

Σύμφωνα με τη μέθοδο, όταν οριστούν τα στοιχεία και οι δραστηριότητες του συστήματος, η προσομοίωση προχωράει επαναλαμβάνοντας τον παρακάτω κύκλο:

Φάση - C

Εξετάζονται με τη σειρά όλες οι C-δραστηριότητες, για να διαπιστωθεί ποιες μπορούν να ξεκινήσουν, δηλαδή για ποιες ικανοποιούνται όλες οι προϋποθέσεις. Για τις δραστηριότητες που μπορούν να αρχίσουν, εκτελούνται οι αντίστοιχες εντολές και προσδιορίζονται η χρονική διάρκεια και ο μελλοντικός χρόνος λήξης τους.

Φάση - A

Εξετάζονται οι χρόνοι λήξης κάθε δραστηριότητας που βρίσκεται σε εξέλιξη και επιλέγεται ο μικρότερος, δηλαδή ο νωρίτερος χρόνος, στον οποίο λήγει μια δραστηριότητα. Ο χρόνος αυτός ορίζεται ως ο νέος χρόνος προσομοίωσης (ρολόι προσομοίωσης).

Φάση - B

Εξετάζονται όλες οι δραστηριότητες και επιλέγονται εκείνες που έχουν χρόνο λήξης ίσο με το νέο χρόνο προσομοίωσης. Για κάθε δραστηριότητα που λήγει, εκτελούνται οι αντίστοιχες εντολές (μεταβολές) που συνεπάγεται η λήξη τους.

Στη συνέχεια επαναλαμβάνεται ο κύκλος από τη φάση-C, μέχρις ότου, στη φάση-B, να διαπιστωθεί ότι το ρολόι της προσομοίωσης ξεπερνάει τον τελικό χρόνο προσομοίωσης, οπότε αυτή έχει ολοκληρωθεί και σταματά.

Η μέθοδος των τριών φάσεων εκμεταλλεύεται ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα της μεθόδου επόμενου γεγονότος. Όπως στη μέθοδο του επόμενου γεγονότος δε χρειάζεται κανένας έλεγχος, για να συμβεί το επόμενο γεγονός, έτσι και εδώ ελαχιστοποιούνται οι έλεγχοι για την έναρξη των δραστηριοτήτων. Έχοντας προσδιορίσει τους χρόνους έναρξης των B-δραστηριοτήτων, δε χρειάζεται έλεγχος αν ικανοποιούνται κάποιες συνθήκες, αλλά αρχίζει η εκτέλεσή τους, μόλις φτάσει ο χρόνος έναρξής τους.

7.2.4 Μεθοδολογίες προσομοίωσης

Η μέθοδος που χρησιμοποιείται, για να προσομοιωθεί ένα σύστημα έχει άμεση σχέση με το πρότυπο που δημιουργήθηκε για το σύστημα. Στα διακριτά συστήματα, οι αλλαγές της κατάστασης συμβαίνουν μόνο σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές, όταν δηλαδή συμβεί κάποιο γεγονός. Τα γεγονότα αυτά και η αλληλεπίδρασή τους μπορούν να προσομοιωθούν με διάφορους τρόπους. Στην προηγούμενη παράγραφο παρουσιάστηκαν οι μηχανισμοί αύξησης του χρόνου και, συγκεκριμένα, ο μηχανισμός επόμενου γεγονότος και ο μηχανισμός σταθερού διαστήματος. Οι ορισμοί των μηχανισμών αυτών συμπίπτουν με τους ορισμούς του McDougall (1975), ο οποίος τους επεκτείνει ως μεθοδολογίες προσομοίωσης, ορίζοντας έτσι την προσομοίωση γεγονότων (εκτιμάται το πρότυπο μόνο όταν αλλάζει η τιμή κάποιας παραμέτρου του) και την προσομοίωση δραστηριοτήτων (εκτιμάται το πρότυπο σε σταθερά χρονικά διαστήματα). Η μέθοδος των τριών φάσεων αποτελεί συνδυασμό των μεθόδων προσομοίωσης γεγονότων και δραστηριοτήτων. Επίσης, μια εντελώς διαφορετική τεχνική προσομοίωσης είναι η προσομοίωση διεργασιών, η οποία βασίζεται στην εκτέλεση εργασιών που περιγράφουν την προσομοίωση ανεξάρτητων στοιχείων ή τμημάτων του προτύπου. Τα γεγονότα θεωρούνται εσωτερικά σε κάθε τμήμα και απομονώνονται από τα γεγονότα που συμβαίνουν σε άλλα τμήματα του προτύπου. Άλλοι τύποι προσομοίωσης είναι οι εξής:

- *Συνεχής προσομοίωση*: Οι μεταβλητές κατάστασης του συστήματος αλλάζουν συνεχώς στο χρόνο. Για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων χρησιμοποιούνται διαφορικές εξισώσεις.
- *Συνδυασμένη προσομοίωση διακριτού-συνεχούς χρόνου*: Υπάρχουν τρεις τύποι αλληλεπίδρασης διακριτών και συνεχών μεταβλητών: α) Ένα διακριτό γεγονός μπορεί να προκαλέσει μια διακριτή μεταβολή στην τιμή μιας συνεχούς μεταβλητής κατάστασης. β) Ένα διακριτό γεγονός μπορεί να μεταβάλλει μια συνεχή μεταβλητή κατάσταση σε ορισμένο χρόνο. γ) Μια συνεχής μεταβλητή κατάσταση μπορεί να προκαλέσει την έναρξη ενός διακριτού γεγονότος ή τον προγραμματισμό του, όταν πάρει την κατάλληλη τιμή.
- *Προσομοίωση Monte-Carlo*: Με τον όρο Monte-Carlo χαρακτηρίζεται κάθε πρότυπο προσομοίωσης που χρησιμοποιεί γεννήτριες τυχαίων αριθμών για

την επίλυση στοχαστικών ή καθοριστικών προβλημάτων, στα οποία ο χρόνος δεν έχει σημασία. Ως γεννήτρια τυχαίων αριθμών μπορεί να θεωρηθεί η ρουλέτα του καζίνο, από το οποίο προέρχεται και το όνομα της μεθόδου. Ένα τυπικό παράδειγμα της μεθοδολογίας είναι ο υπολογισμός ολοκληρώματος. Σε επόμενη παράγραφο γίνεται εκτενέστερη αναφορά στη συγκεκριμένη μέθοδο.

7.3 Ανάπτυξη προτύπων διακριτών γεγονότων

Για την πλήρη κατανόηση και την ενοποίηση των ιδεών που αναπτύχθηκαν στα προηγούμενα, εξετάζεται στη συνέχεια η προσομοίωση συστημάτων διακριτών γεγονότων. Αρχικά, γίνεται αναφορά στην οργάνωση και τους παράγοντες ενός γενικού προτύπου προσομοίωσης διακριτών γεγονότων και έπειτα παρουσιάζονται κάποια παραδείγματα τέτοιων συστημάτων. Όλα τα πρότυπα αυτής της μορφής έχουν τους εξής κοινούς παράγοντες:

- *Κατάσταση του συστήματος*: πρόκειται για το σύνολο των μεταβλητών κατάστασης που είναι απαραίτητο για την περιγραφή του συστήματος σε κάθε χρονική στιγμή.
- *Ρολόι προσομοίωσης*: είναι μια μεταβλητή, η οποία δίνει την τρέχουσα τιμή του προσομοιωμένου χρόνου.
- *Λίστα γεγονότων*: είναι μια λίστα που περιλαμβάνει την επόμενη χρονική στιγμή για κάθε τύπο γεγονότος που πρόκειται να συμβεί.
- *Στατιστικοί μετρητές*: είναι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται για την καταχώρηση στατιστικών πληροφοριών σχετικά με την απόδοση του συστήματος.
- *Ρουτίνα έναρξης*: είναι μια υπορουτίνα, η οποία ενεργοποιεί το πρότυπο προσομοίωσης στο χρόνο 0 (αρχικές συνθήκες).
- *Χρονορουτίνα*: είναι μια υπορουτίνα, η οποία προσδιορίζει το επόμενο γεγονός από τη λίστα των γεγονότων και στη συνέχεια προσαυξάνει το χρόνο προσομοίωσης, προχωρώντας το ρολόι στη χρονική στιγμή που το γεγονός αυτό θα συμβεί.
- *Ρουτίνα γεγονόςτος*: είναι μια υπορουτίνα, η οποία ενημερώνει την κατάσταση του συστήματος, όταν συμβαίνει κάποιο γεγονός (μια ρουτίνα για κάθε τύπο γεγονόςτος).
- *Γεννήτρια ενημέρωσης κατάστασης*: είναι μια ρουτίνα, η οποία υπολογίζει εκτιμητές των επιθυμητών μεγεθών απόδοσης και εκτυπώνει την ανάλογη κατάσταση στο τέλος της προσομοίωσης.
- *Κυρίως πρόγραμμα*: είναι ένα υποπρόγραμμα, το οποίο καλεί την χρονορουτίνα, για να καθορίσει το επόμενο γεγονός και στη συνέχεια μεταφέρει τον έλεγχο στην αντίστοιχη ρουτίνα γεγονόςτος, για να ενημερώσει την κατάσταση του συστήματος.

Στο σχήμα 7.5 παρουσιάζεται το λογικό διάγραμμα προσομοίωσης διακριτών γεγονότων.

7.3.1 Πρότυπο απλού συστήματος εξυπηρέτησης

Το σύστημα που εξετάζεται είναι αυτό της ουράς αναμονής με μία θέση εξυπηρέτησης. Τα στάδια κατασκευής του προτύπου, όπως αναφέρθηκαν παραπάνω (παράγραφος 7.2.2), είναι τα εξής:

- προσδιορισμός των στοιχείων του συστήματος, τα οποία είναι η θέση εξυπηρέτησης (π.χ. ο ταμίας) και οι πελάτες
- προσδιορισμός των δραστηριοτήτων, οι οποίες είναι
 - άφιξη του πελάτη
 - έναρξη εξυπηρέτησης
 - τέλος εξυπηρέτησης.

Υπάρχει μία ουρά αναμονής, όπου βρίσκονται οι πελάτες και περιμένουν να εξυπηρετηθούν. Έστω Q ο αριθμός των πελατών που περιμένουν. Η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται από τον αριθμό Q και την κατάσταση, στην οποία βρίσκεται ο ταμίας (ελεύθερος ή απασχολημένος). Οι μεταβολές στο σύστημα, που μπορούν να συμβούν για κάθε δραστηριότητα, είναι οι ακόλουθες:

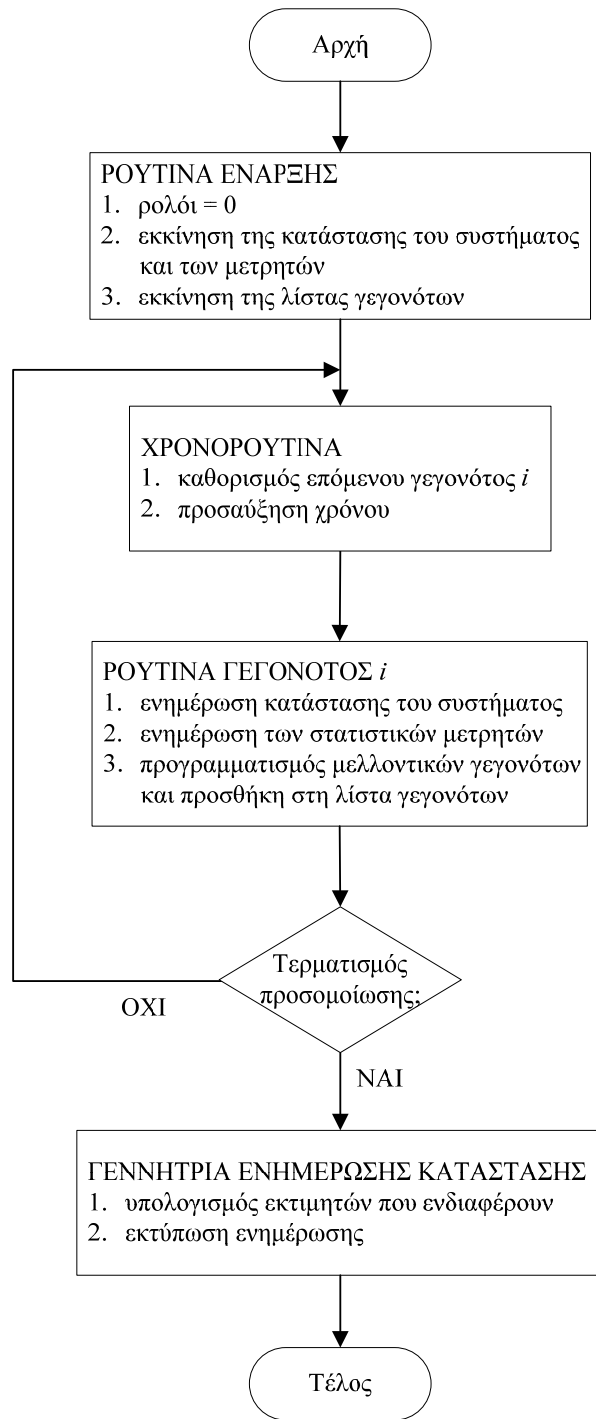
Άφιξη του πελάτη

Με την άφιξη ενός πελάτη αυξάνει κατά 1 ο αριθμός των πελατών που περιμένουν, δηλαδή $Q = Q+1$. Η δραστηριότητα αυτή είναι μια B-δραστηριότητα, γιατί η άφιξη είναι ανεξάρτητη από την κατάσταση του συστήματος, δηλαδή είναι ανεξάρτητη από τον αριθμό Q και το αν ο ταμίας είναι διαθέσιμος ή απασχολημένος. Στη δραστηριότητα αυτή θα πρέπει να προστεθεί και ο μηχανισμός δημιουργίας αφίξεων. Ο μηχανισμός αυτός κατά την άφιξη ενός πελάτη προσδιορίζει το χρόνο της επόμενης άφιξης, συνήθως με δειγματοληψία από την κατανομή του χρόνου μεταξύ διαδοχικών αφίξεων. Η δημιουργία δειγμάτων τυχαίων μεταβλητών που ακολουθούν καθορισμένη κατανομή πιθανότητας εξετάζεται σε επόμενη παράγραφο.

Έναρξη εξυπηρέτησης

Η δραστηριότητα αυτή είναι μια C-δραστηριότητα, επομένως πρέπει να προηγηθούν οι προϋποθέσεις για την εκτέλεσή της. Αυτές είναι

- α) ύπαρξη τουλάχιστον ενός πελάτη στην ουρά ($Q > 0$)
- β) ο ταμίας είναι διαθέσιμος. Για τη διαπίστωση αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας δείκτης, έστω S , που έχει την τιμή 0, όταν ο ταμίας είναι διαθέσιμος, και 1, όταν είναι απασχολημένος.



Σχήμα 7.5: Λογικό διάγραμμα προσομοίωσης διακριτών γεγονότων