

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Αφορμή για την ενασχόληση με το θέμα της γνώσης του εκπαιδευτικού στην ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών στο νηπιαγωγείο, αποτέλεσε το ερευνητικό ενδιαφέρον μου, από τα χρόνια των μεταπτυχιακών σπουδών για το πλέγμα των παραγόντων που επηρέαζε την ποιότητα της διδασκαλίας. Η επιλογή των μαθηματικών ως ερευνητικό πεδίο έγινε, γιατί διαπίστωσα ότι ήταν ένα γνωστικό αντικείμενο στο οποίο οι νηπιαγωγοί θα έπρεπε να ενισχυθούν για να νιώσουν διδακτικά ασφαλείς και να οργανώσουν μαθησιακά περιβάλλοντα, τα οποία θα υποστηρίξουν την ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών από τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας. Η ευθύνη μας ως νηπιαγωγοί για την καλύτερη μαθησιακή απόδοση των παιδιών στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών στις επόμενες βαθμίδες, είναι μεγάλη.

Η Παιδαγωγική Γνώση του Περιεχομένου ενός γνωστικού αντικειμένου (pedagogical content knowledge), ως εννοιολογικό πεδίο, έχει γίνει το επίκεντρο του ενδιαφέροντος των ερευνητών, γιατί όπως υποστηρίζεται από τον Shulman είναι *«η μόνη κατηγορία με την οποία μπορεί να γίνει η διάκριση μεταξύ της γνώσης του ειδικού από αυτήν του παιδαγωγού»*.¹

Η μαθηματική παιδαγωγική γνώση που κατέχουν οι εκπαιδευτικοί, δάσκαλοι και καθηγητές έχει αναπαρασταθεί μέσω θεωρητικών μοντέλων και έχει συσχετισθεί με τις διδακτικές πρακτικές και τη μαθησιακή απόδοση των μαθητών, αποδεικνύοντας τη σημαντικότητα της. Για την προσχολική εκπαίδευση δεν έχει δομηθεί ένα σαφές θεωρητικό μοντέλο αυτής της γνώσης και δεν έχει διερευνηθεί η σημαντικότητα της για τη διδακτική πράξη.

Αυτή η διαπίστωση σε συνδυασμό με την ανάγκη διαμόρφωσης ενός μαθησιακού περιβάλλοντος στην τάξη του νηπιαγωγείου για την ανάπτυξη

¹ Βλέπε σχετικά: Shulman, L. S., (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, σ.σ.1-23, σ.8.

μαθηματικών εννοιών από τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας, οδήγησε στη μελέτη της Μαθηματικής Παιδαγωγικής Γνώσης που θα πρέπει να κατέχουν οι εκπαιδευτικοί για να διδάξουν τις μετρικές έννοιες στο νηπιαγωγείο. Το πεδίο των μετρικών εννοιών, λόγω της πολυπλοκότητας που παρουσιάζουν, διδακτικά προσεγγίζεται ελάχιστα στο νηπιαγωγείο.

Το συγκεκριμένο βιβλίο είναι απόρροια ερευνητικής μελέτης και εμπλουτίζεται από τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη δόμηση και εφαρμογή επιμορφωτικής παρέμβασης σε εκπαιδευτικούς προσχολικής αγωγής, προκειμένου να τους ενισχύσει τόσο στη μαθηματική παιδαγωγική γνώση όσο και στη μαθηματική ποιότητα της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Αποδείχθηκε ότι οι εκπαιδευτικοί δεν είναι «ελλειμματικοί», όπως καταγράφεται σε κάποιες έρευνες, αλλά αντίθετα μπορούν να εξελιχθούν επαγγελματικά σε ανώτερα επίπεδα, βασιζόμενοι στις υπάρχουσες γνώσεις και δεξιότητες τους, όταν υποστηρίζονται στο κατάλληλο μαθησιακό πλαίσιο με επιστημονικές μεθόδους και επιμορφωτές που σέβονται την άποψη τους και καταγράφουν τις πραγματικές τους ανάγκες. Ευχαριστίες απευθύνονται στις νηπιαγωγούς Γεωργία Δουμανή, Σοφία Δραγκίνη, Αθηνά Ζησοπούλου, Αναστασία Καλογιαννίδου, Ιωάννα Κοντού, Έλσα Μάρη, Φυλλιώ Μούδιου, Σταυρούλα Σισμάνη, Γιώτα Τσιγκρή, Εύη Τσουλή, Θωμαή Χρηστίδου για την εθελοντική συμμετοχή στο πρόγραμμα της επιμορφωτικής παρέμβασης, η επιτυχία του οποίου οφείλεται στις δικές τους προσπάθειες.

Η γράφουσα φιλοδοξεί μέσω του βιβλίου και του εκπαιδευτικού υλικού να ενισχυθούν οι εκπαιδευτικοί στο εκπαιδευτικό έργο για να βιώσουν στην τάξη μαζί με τα παιδιά ευχάριστες και δημιουργικές μαθηματικές εμπειρίες, όπως και να συμβάλλει στη σχετική βιβλιογραφία για το σχεδιασμό και υλοποίηση αποτελεσματικών επιμορφωτικών παρεμβάσεων.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το ενδιαφέρον για τα μαθηματικά στην προσχολική ηλικία αναδύεται την τελευταία εικοσαετία μέσα από ένα πλήθος διεθνών ερευνών και προγραμμάτων και είναι δηλωτικό της σημασίας που έχει η ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών στην προσχολική τάξη.

Οι λόγοι που συνηγορούν σε αυτήν την εξέλιξη στην προσχολική εκπαίδευση είναι πολλοί. Πρώτον, σε παγκόσμια κλίμακα παρατηρείται μια αύξηση του αριθμού των παιδιών που παρακολουθούν πρόωρα προγράμματα προσχολικής φροντίδας και εκπαίδευσης.² Δεύτερον, υπάρχει μια αυξανόμενη αναγνώριση της σπουδαιότητας των μαθηματικών³ και σύνδεσης τους με κοινωνικές δεξιότητες απαραίτητες στην μελλοντική προσωπική εξέλιξη και επαγγελματική αποκατάσταση των παιδιών.⁴ Τρίτον, η μεγάλη διακύμανση στην απόδοση των μαθητών στα μαθηματικά σε διαφορετικές χώρες,⁵ που

² Έχει διαπιστωθεί διεθνώς η αποτελεσματικότητα των προγραμμάτων προσχολικής εκπαίδευσης, στα οποία οι τάξεις είναι ολιγομελείς και οι εκπαιδευτικοί πολύ καλά εκπαιδευμένοι. Τα αποτελέσματα της υλοποίησης αυτών των προγραμμάτων έχουν αξιολογηθεί ότι είναι μακροπρόθεσμα και ιδιαίτερα επωφελή για τα παιδιά από μειονεκτούντα περιβάλλοντα. Βλέπε σχετικά: Barnett, W. S., (2008). *Preschool education and its lasting effects: Research and policy implications*. Boulder and Tempe: Education and the Public Interest Center & Education Policy Research Unit.

Ανακτήθηκε στις 31/5/2015 από <http://epicpolicy.org/publication/preschooleducation>
Επίσης, είναι πολύ σημαντικό μέσω μιας υψηλής ποιότητας εκπαιδευτική διαδικασία να συστηματοποιηθούν και να μαθητικοποιηθούν οι έμφυτες ικανότητες και δεξιότητες των παιδιών της προσχολικής ηλικίας. Βλέπε σχετικά: Doig, B., Mc Crae, B., & Rowe, K., (2003). *A good start to numeracy: Effective numeracy strategies from research and practice in early childhood*. Canberra: Australian Council for Educational Research.

³ Βλέπε ενδεικτικά: Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B., (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

⁴ Βλέπε ενδεικτικά: Hiebert, J. & Carpenter, T. P., (1992). Learning and Teaching with understanding. Στο D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, σ.σ. 65-100. N.Y.: Mac Millan Publisher Co, και Steffe, L. P. & Wood, T., (1990). *Transforming Children's Mathematics Education*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, σ.σ.6-15.

⁵ Βλέπε σχετικά: Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Beaton, A.E., Gonzalez, E.J., Kelly, D.L. & Smith, T.A., (1997). *Mathematics achievement in the primary school years: IEA's third international mathematics and science study (TIMSS)*. Chestnut Hill, MA: Center for the Study of Testing, Evaluation, and Educational Policy, Boston College, σ.σ.12-13.

έχει την αρχή της στα προσχολικά έτη.⁶ Τέταρτον, είναι διαπιστωμένη η διαφορετικότητα όχι μόνο μεταξύ των κρατικών αναλυτικών προγραμμάτων, αλλά και μεταξύ των παιδιών που διαβιούν σε οικογένειες με χαμηλό και υψηλό εισόδημα⁷ και ανήκουν σε διαφορετικές εθniko-πολιτιστικές ομάδες.⁸

Πέμπτον, διάφορα κυβερνητικά προγράμματα διεθνώς, παρέχουν οικονομική ενίσχυση για το σχεδιασμό προγραμμάτων προσχολικής εκπαίδευσης προκειμένου να διευκολυνθεί η επίδοση, ιδιαίτερα για τα χαμηλού εισοδήματος παιδιά. Η έρευνα υποστηρίζει ότι οι πρόωρες παρεμβάσεις στα μαθηματικά μπορούν να αποτρέψουν τις μετέπειτα μαθησιακές δυσκολίες στο σχολείο για όλα τα παιδιά.⁹

⁶ Βλέπε ενδεικτικά: Blevins-Knabe, B., & Musun-Miller, L., (1996). Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical performance. *Early Development and Parenting*, 5, σ.σ.35–45, και Ginsburg, H.P., & Russell, R.L., (1981). Social class and racial influences on early mathematical thinking. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 46 (6, serial no. 193), και Griffin, S., Case, R., & Capodilupo, A., (1995). Teaching for understanding: The importance of the central conceptual structures in the elementary mathematics curriculum. Στο A. McKeough, J. Lupart, & A. Marini (Eds.), *Teaching for transfer: Fostering generalization in learning*, σ.σ. 121–151. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, και Holloway, S.D., Rambaud, M.F., Fuller, B., & Eggers-Pierola, C., (1995). What is "appropriate practice" at home and in child care? Low-income mothers' views on preparing their children for school. *Early Childhood Research Quarterly*, 10, σ.σ.451–473, και Jordan, N.C., Huttenlocher, J., & Levine, S.C., (1992). Differential calculation abilities in young children from middle- and low-income families. *Developmental Psychology*, 28, σ.σ. 644–653, και Saxe, G.B., Guberman, S.R., & Gearhart, M., (1987). Social processes in early number development. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 52(2, serial no. 216), και Starkey, P., Klein, A., Chang, I., Qi, D., Lijuan, P., & Yang, Z., (1999). *Environmental supports for young children's mathematical development in China and the United States*. Albuquerque, NM: Society for Research in Child Development.

⁷ Βλέπε σχετικά: Thomson, S., Rowe, K., Underwood, C., & Peck, R., (2005). *Numeracy in the early years: Project Good Start*. Camberwell, Victoria, Australia: Australian Council for Educational Research, σ.199.

⁸ Βλέπε ενδεικτικά: National Center for Education Statistics, (2000). *America's kindergartners (NCES 2000070)*. Washington, DC: U.S. Government Printing Office, και Thomson et al., 2005, ό.π., σ.199.

⁹ Βλέπε ενδεικτικά: Clements, D.H., Sarama, J. & Wilson, D.C., (2001). Composition of geometric figures. Στο M.van den Heuvel-Panhuizen (Eds.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, σ.σ.273–280. Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute, και Clements, D., & Sarama, J., (2007). Early childhood mathematics learning. Στο F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: Information Age Pub Inc., και Doig et al., (2003), ό.π., και Fuson, K.C., Smith, S.T., & Lo Cicero, A., (1997). Supporting Latino first graders' ten-structured thinking in urban classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, σ.σ.738–760, και Griffin, S., (2004). Number Worlds: A research-based mathe-

Η ανάγκη διερεύνησης της αποτελεσματικότητας αυτών των προγραμμάτων και αναμόρφωσης τους παραπέμπει στη μελέτη του πλαισίου ανάπτυξης τους. Διαπιστώθηκε, ότι η ανάπτυξη των ποικίλων προγραμμάτων της μαθηματικής εκπαίδευσης έχει βασιστεί στις βασικές θεωρίες μάθησης, στις ιδιαιτερότητες της μαθηματικής επιστήμης και σε προτάσεις εκπαιδευτικών οργανισμών (βλέπε NAEYC στις Ηνωμένες Πολιτείες-National Association for the Education of Young Children).¹⁰ Επιπρόσθετα, οι διδακτικές προτάσεις και οι εφαρμογές που προέκυψαν από την παγκόσμια ερευνητική κοινότητα στην επιστήμη των μαθηματικών, μεταφέρουν ευρήματα και θεωρητικές αναλύσεις στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Ειδικότερα, για τη μαθηματική εκπαίδευση στην προσχολική ηλικία, διαπιστώθηκε ότι ενώ οι θεωρίες μάθησης αποτελούν μια στερεή βάση στη διαμόρφωση των βασικών αξόνων,¹¹ δεν μπορούν να δώσουν μια οριστική λύση στο διδακτικό ζήτημα για την εύρεση του καταλληλότερου τρόπου ανάπτυξης των μαθηματικών εννοιών σε αυτήν την ηλικία και στην ανάγκη σύγκλισης της προσωπικής γνώσης των εκπαιδευτικών με την επιστημονική. Επίσης, διαπιστώθηκε ότι η μαθηματική εκπαίδευση εντάσσεται στη γενικότερη ιδεολογική κατεύθυνση και παιδαγωγική φιλοσοφία, που έχει το αναλυτικό πρόγραμμα κάθε χώρας για αυτήν την ηλικία. Η ένταξη όμως σε αυτό το πλαίσιο δεν εξασφαλίζει απαραίτητα αποτελεσματική μαθηματική μάθηση, καθιστώντας αναγκαία την κριτική διερεύνηση των διδακτικών προσεγγίσεων που εφαρμόζονται στα προγράμματα προσχολικής εκπαίδευσης.

mathematics program for young children. Στο D.H. Clements, J. Sarama, & A.-M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*, σ.σ.325-342. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, και Wright, R.J., (2003). A mathematics recovery: Program of intervention in early number learning. *Australian Journal of Learning Disabilities*, 8(4), σ.σ. 6-11.

¹⁰ Βλέπε σχετικά: Bredenkamp, S., (2009). *Developmentally appropriate practice in early childhood programs serving children from birth through age 8*. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children, σ.σ.33-36.

¹¹ Βλέπε σχετικά: Feiler, R., (2004). Early childhood mathematics instruction: Seeing the opportunities among the challenges. Στο D. Clements, J. Sarama & A.-M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics*, σ.σ.393-400. Mahwah, NJ:Erlbaum.

Σταδιακά, από την αντιπαράθεση μεταξύ των δασκαλοκεντρικών και μαθητοκεντρικών προσεγγίσεων, έγινε η μεταβίβαση στη συνύπαρξη των αναπτυξιακά κατάλληλων διδακτικών πρακτικών με την εισαγωγή και καθοδηγούμενη διερεύνηση ενός συγκεκριμένου περιεχομένου από τα παιδιά.¹²

Η γνώση του μαθηματικού εννοιολογικού περιεχομένου των δραστηριοτήτων που σχεδιάζονται και οργανώνονται, όπως και η γνώση των μαθησιακών ικανοτήτων αυτής της ηλικιακής ομάδας από τον εκπαιδευτικό, είναι καθοριστική για την ποιότητα του μαθησιακού αποτελέσματος.

Αποφεύγοντας να εγκλωβιστούμε στη διερεύνηση δεισμών του τύπου ότι το μαθηματικό περιεχόμενο των δραστηριοτήτων στην προσχολική ηλικία αφορά σε προ-μαθηματικές έννοιες ή σε πραγματικές μαθηματικές έννοιες και ότι η μαθηματική εκπαίδευση σε αυτήν την ηλικία συνδέεται ή όχι με μελλοντική ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών, αποδεχόμαστε την άποψη που κυριαρχεί στη διεθνή βιβλιογραφία για τη σημαντικότητα της δημιουργίας μιας κοινότητας και ενός περιβάλλοντος μάθησης¹³ που θα φέρει το παιδί σε επαφή με τη «μαθηματική κουλτούρα».

Εάν θεωρήσουμε το περιβάλλον μάθησης ως ένα διαδραστικό πεδίο με το παιδί να αποκτά πλούσια μαθηματική εμπειρία, ως αποτέλεσμα νοητικών διαδικασιών και αλληλεπιδράσεων μέσα από δραστηριότητες, προβλήματα και παιδαγωγικό υλικό ειδικά μελετημένο για τις συγκεκριμένες έννοι-

¹² Βλέπε ενδεικτικά: Bredekamp, S., (2009), ό.π., και Golbeck, S.L., (2001). Instructional models for early childhood: Search of a child-regulated/teacher-guided pedagogy. Στο S.L. Golbeck (Ed.), *Psychological perspectives on early childhood education: Reframing dilemmas in research and practice*, σ.σ.3-34. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, και Bowman, B.T., Donovan, M.S., & Bums, M.S., (Eds.), (2001). *Eager to learn: Educating our preschoolers*. Washington, DC: National Academy Press, σ.224.

¹³ Βλέπε ενδεικτικά: Cobb, P., (1987). An analysis of three models of early number development. *Journal for Research in Mathematics*, 18, σ.σ.163-179, και Ginsburg, H.P., (2002). Little Children, Big Mathematics: Learning and Teaching in the Pre-School. Στο A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol.1)*, σ.σ.3-14. Norwich: University of East Anglia, και Zvonkin, A., (1992). Mathematics for little ones. *Journal of Mathematics Behaviour*, 11(2), σ.σ.207-219.

ες,¹⁴ τότε κρίνεται αυτονόητη και η σημασία των κριτηρίων με βάση τα οποία ένας εκπαιδευτικός επιλέγει να ακολουθήσει συγκεκριμένες διδακτικές πρακτικές, για να στηρίξει την κατασκευή του μαθηματικού νοήματος από τα παιδιά. Στη ρήση ότι «για να μπορέσει ο εκπαιδευτικός να διδάξει Μαθηματικά, πρέπει να γνωρίζει να διδάσκει Μαθηματικά» (σ.81)¹⁵ αναδύεται το ρητορικό ερώτημα: «Τι γνωρίζει ο εκπαιδευτικός, όταν διδάσκει Μαθηματικά;» και εξειδικεύουμε: «Τι γνωρίζει ο εκπαιδευτικός, όταν διδάσκει συγκεκριμένες μαθηματικές έννοιες, όπως είναι π.χ. οι μετρικές;», «Ποια η επίδραση των γνώσεων του στη μαθηματική ποιότητα της διδασκαλίας;», «Πώς μπορούν να βελτιωθούν οι γνώσεις του;».

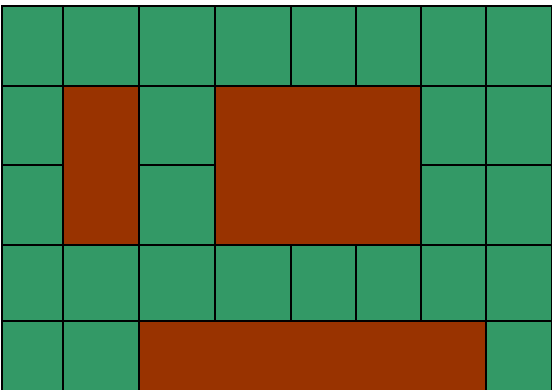
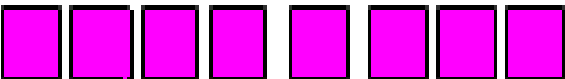
Το παρόν βιβλίο φιλοδοξεί με τη διαπραγμάτευση των παραπάνω ερωτημάτων να συμβάλλει σε δύο επίπεδα. Πρώτον, σε πρακτικό επίπεδο και συγκεκριμένα στο πεδίο της επαγγελματικής ανάπτυξης των εκπαιδευτικών της προσχολικής βαθμίδας, καθώς και στην ποιοτικότερη οργάνωση της μαθησιακής διαδικασίας στο νηπιαγωγείο για την ανάπτυξη μαθηματικών εννοιών. Δεύτερον, σε θεωρητικό επίπεδο θα μπορούσε να ενισχυθεί η διαρκής έρευνα για τη βελτίωση της γνώσης του εκπαιδευτικού, στο πλαίσιο που διαμορφώνεται από μια συγκεκριμένη θεωρητική προσέγγιση στο πεδίο των μαθηματικών.

¹⁴ Βλέπε σχετικά: Τζεκάκη, Μ., (2007). *Μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα*. Αθήνα: Gutenberg.

¹⁵ Βλέπε σχετικά: Τζεκάκη, Μ., (2007). *Μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα*. Αθήνα: Gutenberg, σ.81.

7^η δραστηριότητα

Τίτλος δράσης: Τα τετράγωνα με βοηθάνε	Κατάσταση πρόβλημα ✓ Παιχνίδι <input type="checkbox"/>
ΣΤΟΧΟΣ	-Να προσεγγίσουν την τετραγωνική μονάδα. -Να συνδέσουν τη μέτρηση με αριθμούς.
ΣΕΝΑΡΙΟ	Τα παιδιά θέλουν να φυτέψουν λουλούδια στην αυλή για τη γιορτή, αλλά πρέπει πριν να ξεκινήσουν την προσπάθεια να οργανωθούν καλά για να πούνε στο δήμαρχο πόσα λουλούδια θα χρειαστούν. Ξεκινούν από τα σχέδια της αυλής πριν να φυτέψουν. Σε τετραγωνισμένο χαρτόνι πράσινου χρώματος τα παιδιά κάθε ομάδας διαλέγουν ποιο καφέ παρτέρι (σκαμμένο χώμα) θα δεχθεί τα περισσότερα λουλούδια. Τα παιδιά σε ομάδες δοκιμάζουν να εκτιμήσουν ποιο παρτέρι είναι το μεγαλύτερο για την ομάδα τους, το επιλέγουν και για επαλήθευση το επιστρώνουν με τετράγωνα που αντιπροσωπεύουν τα λουλούδια. Στο τέλος δίνουν τον αριθμό των λουλουδιών (τετραγώνων).
ΚΑΝΟΝΕΣ	Βρίσκω ποιο είναι το μεγαλύτερο, επιστρώνοντας με τετράγωνα. Κερδίζει η ομάδα που στο παρτέρι (ορθογώνιο) που διάλεξε ως μεγαλύτερο μπαίνουν τα περισσότερα λουλούδια (τετράγωνα).
ΥΛΙΚΟ	Για κάθε ομάδα, τετραγωνισμένο χαρτόνι πράσινο με καφέ τετράγωνα που σχηματίζουν παρτέ-

	<p>ρια, και τετράγωνα χρωματιστά για λουλούδια.</p>
<p>ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ</p>	<p>Σε ομάδες των 4-5 παιδιών.</p>
<p>ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ</p>	<p>Ο έλεγχος γίνεται με τον αριθμό των τετραγώνων (λουλούδια) που μπαίνουν στο παρτέρι.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>